

# ”A database of high precision trivial choreographies for the planar three-body problem”

I. Hristov<sup>1,a</sup>, R. Hristova<sup>1</sup>, I. Puzynin<sup>2</sup>, T. Puzynina<sup>2</sup>, Z. Sharipov<sup>2,b</sup>, Z. Tukhliev<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Mathematics and Informatics, Sofia University, Sofia, Bulgaria

<sup>2</sup> Meshcheryakov Laboratory of Information Technologies, JINR, Dubna, Russia

E-mails: <sup>a</sup> [ivanh@fmi.uni-sofia.bg](mailto:ivanh@fmi.uni-sofia.bg)    <sup>b</sup> [zarif@jinr.ru](mailto:zarif@jinr.ru)

Table of 108 linearly stable choreographies (99 new ones). Some of the choreographies are presented by 2 different initial conditions (all in all 150 solutions)

stability angles  $\nu_j > 0$ , where  $\lambda_j = \exp(\pm 2\pi i \nu_j)$ ,  $j=1,2$

\_o - old solutions - Moore’s figure-8 and Shuvakov’s choreography [1-2]

\_O - old solutions previously found in [3]

$N$	$\nu_1$	$\nu_2$
1_o	0.298092529004750122423759217553	0.00842272470813137798255957006197
7_o	0.272160427320195450097223156158	0.158543465092658278982659775476
8_o	0.272160427320195450097223156158	0.158543465092658278982659775476
48_O	0.486970420626426013258486704454	1.57783479465699085471836250548e-10
51_O	0.0327953388952792073716032366859	3.22317484874566580526492303709e-06
52_O	0.0327953388952792073716032366859	3.22317484874566580526492303709e-06
53	0.236893393325013190306326911447	0.150522951587698645386654125607
54	0.236893393325013190306326911447	0.150522951587698645386654125607
55_O	0.267131864119191530384832354753	0.127489871368591999957771257333
56_O	0.267131864119191530384832354753	0.127489871368591999957771257333
60	0.262196073880652846534515574294	0.235085983021148262633918727311
63_O	0.187691189591235263346007262414	2.61504980535709161857184424983e-12
64	0.187691189591235263346007262414	2.61504980535709161857184424983e-12
67_O	0.0937385311958221201020392196211	0.000838678707197693244105921997421
68	0.0937385311958221201020392196211	0.000838678707197693244105921997421
80	0.279007155826113226796045519842	0.0951887948457581236103650901776
86_O	0.427373702369188544983378448257	0.00236826906538802133452909107108
87	0.427373702369188544983378448257	0.00236826906538802133452909107108
96_O	0.376315052261497474047661511684	4.95737788455128082115378851449e-10
97	0.376315052261497474047661511684	4.95737788455128082115378851449e-10
100	0.178376654687775171689461620485	0.0306246027538392261390202971166
101	0.178376654687775171689461620485	0.0306246027538392261390202971166
104	0.3994871178476557533535184627	0.00471301478506673545665210439448
105	0.3994871178476557533535184627	0.00471301478506673545665210439448
112	0.418042550649226839278087626959	0.201843301501499252415022949481
119	0.255011944221133753875666925693	2.19223274459622941216216635818e-05
123	0.247974978675115650520579406314	0.0769679280685043290287008132894
124	0.247974978675115650520579406314	0.0769679280685043290287008132894
127	0.319867491384599571707132814289	0.00184020297184729618061645508126
129	0.283641249077406562166100702355	0.180746916243210273795809821791

$N$	$V_1$	$V_2$
130	0.283641249077406562166100702355	0.180746916243210273795809821791
131	0.336303374490953183930982417143	0.315249318060218697411071380766
137	0.203115546740981616943586745856	0.00155196127615549674989605421432
138	0.203115546740981616943586745856	0.00155196127615549674989605421432
141	0.081093783422575488442282859167	0.021822660815282788176170795301
144	0.381873385337821019392646906253	0.205480369537821968258287242927
145	0.381873385337821019392646906253	0.205480369537821968258287242927
146	0.26693762726898825764025056852	0.160428419078267610544173445435
147	0.26693762726898825764025056852	0.160428419078267610544173445435
154	0.27483950103281381200707798456	1.40800172634484790264154899313e-08
155	0.16312590211669127544842970804	0.0039138607366540182574669943898
158	0.421600520667787223282696425738	0.0331610839330789605404710432072
163	0.402557828784061339325010533239	0.215555885954330472687378397681
174	0.497381901089523380815064784529	0.227696598575546087360189397889
175	0.497381901089523380815064784529	0.227696598575546087360189397889
176	0.498459989083525414020684674666	3.5945509550290313902418861125e-05
180	0.0488862698174038440479839454415	0.0223551257181217427667286120663
183	0.224988511344642130534021930359	0.130059953522948898299760005281
195	0.33013263287259175700858523891	0.227925523346274324027073744334
196	0.33013263287259175700858523891	0.227925523346274324027073744334
197	0.118455979565928040041503393402	2.2133112903964950373050960061e-09
198	0.118455979565928040041503393402	2.2133112903964950373050960061e-09
201	0.448329970616014737030389638269	0.0406920395671264260515136467863
202	0.448329970616014737030389638269	0.0406920395671264260515136467863
203	0.446962211054754332700915715854	0.343625343616334306716117571568
204	0.446962211054754332700915715854	0.343625343616334306716117571568
207	0.296930972257866627215028545798	3.22443401432233638098927443716e-06
208	0.296930972257866627215028545798	3.22443401432233638098927443716e-06
211	0.322671034140311792732170259403	0.108652515132792605125337921711
215	0.076305461244194680722106274255	0.000264154243621971419125644918586
216	0.076305461244194680722106274255	0.000264154243621971419125644918586
218	0.255632201710747669921615405488	3.84598276739728819988368719025e-05
219	0.255632201710747669921615405488	3.84598276739728819988368719025e-05
226	0.100904630176718512492147438819	0.00311183909748762262248095503517
227	0.100904630176718512492147438819	0.00311183909748762262248095503517
230	0.21164961747499261458177258302	0.000291474518695871608669537715517
231	0.21164961747499261458177258302	0.000291474518695871608669537715517
232	0.0183734858108305935103778272091	7.19964807492406626543055232655e-13
233	0.0183734858108305935103778272091	7.19964807492406626543055232655e-13
238	0.0247669755946731802463985657665	0.00415049895756623752046868546619
239	0.0247669755946731802463985657665	0.00415049895756623752046868546619
242	0.37527401671071529856789045196	7.40216547253982770155282611153e-05
243	0.37527401671071529856789045196	7.40216547253982770155282611153e-05
244	0.176588583556752900143350596084	0.0343847658334222512038381531302
245	0.155816475655792971374687454275	0.0149817989555030218437013782529
246	0.180162984347524379991615596882	0.121788790871696837954630610116
251	0.366585495372041630406100747156	5.32077989062686189331935746196e-09
252	0.366585495372041630406100747156	5.32077989062686189331935746196e-09
255	0.317515100610483473985784766981	0.0849844977846878256992636254427
256	0.317515100610483473985784766981	0.0849844977846878256992636254427

$N$	$V_1$	$V_2$
260	0.00815290520731134397312834433483	0.000350512292512458030425479316801
264	0.296795412258255417545689934828	0.166692216369050369936825149445
279	0.0373285307191778663254735110876	0.0167781416219848296051094887343
280	0.0373285307191778663254735110876	0.0167781416219848296051094887343
283	0.213669969810230827629657706676	0.00124874996034097033136113332077
284	0.213669969810230827629657706676	0.00124874996034097033136113332077
293	0.178384542227256541610172665688	0.00640344445495393943777147907061
299	0.00103285275969399155618930649565	2.13415965581918741537030924439e-05
300	0.00103285275969399155618930649565	2.13415965581918741537030924439e-05
303	0.191910728745178813100640031344	1.3662938223504659902833507876e-07
304	0.191910728745178813100640031344	1.3662938223504659902833507876e-07
305	0.324108516134671858863930636878	0.206833409045307416516914496227
308	0.322256969645519228054828870964	0.251173086060710003492046106027
311	0.477093419982583385069758907906	0.013241207706631357689132435136
318	0.00212706501744035765489936001495	0.000138567973447717318270856485074
319	0.00212706501744035765489936001495	0.000138567973447717318270856485074
322	0.436471865996016150533398647399	6.2749958458940786070162962178e-06
329	0.387565038877954319877980925001	0.187943975560290808596032941204
330	0.387565038877954319877980925001	0.187943975560290808596032941204
331	0.188176889612494385780060773185	0.00515381751618275491207530943662
332	0.188176889612494385780060773185	0.00515381751618275491207530943662
334	0.439720701532238862703997091607	0.000218601444303145681992927148454
341	0.207529499853800271094847688267	0.101099414264964581624417565858
343	0.13081779795730390755164989384	0.0727545342366905448789276086351
346	0.17451387656635102724192532242	0.0451220732508879488666364826347
348	0.431131182955178057789923227258	7.55809847707915802998267916414e-06
349	0.0538417572652550171812423880057	0.000212423001062445539209335355944
358	2.80831913804419209231289949843e-05	4.58335375347046488693221000374e-07
360	0.0320750080002964976847909252	0.025844372429282707093396002618
362	0.00485524686488913822289634440759	0.000949012877898147622660205321814
363	0.00485524686488913822289634440759	0.000949012877898147622660205321814
364	0.157767647495465023616893896163	4.22656015861272375195662864018e-08
367	0.494374690487594494485708998147	0.292517817806629746436975927656
369	0.0770836514949500103369460311605	7.22214287399980393220181912985e-09
371	0.435505582275555469995871307344	0.182040881341932595121306936537
376	0.0144829948397067321469228458819	0.0126104858542943506918409841185
378	0.0800156480378532952168085066652	0.00716141581401089899842252495337
381	0.397257203575579762311594234632	4.25410312968558771803153983328e-05
389	0.00609501809403536561826708382544	0.00146902320871299773871853829816
391	0.0664774665382860180993144847076	0.00102206042474315498568359926855
393	0.0258405077962379872425447137902	1.91047412871310219970539365093e-09
394	0.484129824810521146627725467487	0.0318482158365837185888653647261
398	0.474810658235199213058292253848	0.0635727890966031792942241872005
399	0.20944702369458687893293089387	0.0584750864227282604041594692537
402	0.299693290593764044093096209278	0.133785657701608105302497964307
404	0.265661335699027016298130472652	0.0626327462835459168056939028128
407	0.0447301049716808473452842965156	0.0123303952949574140736951214221
410	0.000916433405375162812148255877597	4.57916638838146298940481492171e-08
413	0.000110444511226364395933498891265	1.9450019225597177905892494391e-06
415	0.229586159852636900959115409086	0.109999474683749624749889192331

$N$	$v_1$	$v_2$
416	0.229586159852636900959115409086	0.109999474683749624749889192331
417	0.334969338056846149290264125049	1.3272206573644651430323029008e-10
418	0.334969338056846149290264125049	1.3272206573644651430323029008e-10
419	0.450401902030857211085066817799	0.000196022480634017064986656836366
424	0.187774027469174463311453213526	0.00351289316435813021585485052945
428	0.417533075655820354293440499753	0.000182792099488714542366055797227
431	0.00852375913833104750867556873811	0.00441098609172919717324868234746
434	0.0530095464599119009094462667391	0.00695978081524930391016110978629
438	0.135741318643849016532568272128	1.02705143427178039062808202278e-05
442	0.197014386189204936569788236	0.191702261032351107377243209145
445	0.351826856268827070462332678941	0.256301290549530345210935578485
449	0.0112218344535712381888255317128	0.00538322873143009312490458349952
450	0.0112218344535712381888255317128	0.00538322873143009312490458349952
454	0.470315452262583393191236618215	3.35755333345837077642471826203e-10
455	0.492937132809908874057379308012	0.236212680017624530977426635133
457	0.0465157203971489174009439290246	0.0106044203765047640127796801888
458	0.318876719391380294619091781652	0.0926178453075955090114893187168
459	0.318876719391380294619091781652	0.0926178453075955090114893187168
460	0.411793812857235452706062024159	0.2068533412680383382688898957
462	0.495274088734806753909765808838	0.0734247686346878250146911330609

[1] Shuvakov, Milovan. "Numerical search for periodic solutions in the vicinity of the figure-eight orbit: slaloming around singularities on the shape sphere." *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 119.3 (2014): 369-377.

[2] Shuvakov, Milovan, and Mitsuru Shibayama. "Three topologically nontrivial choreographic motions of three bodies." *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 124.2 (2016): 155-162.

[3] Hristov, I., Hristova, R. Puzynin, I., et al. "Hundreds of new satellites of figure-eight orbit computed with high precision." *arXiv preprint arXiv:2203.02793* (2022).